Serie de fourier ejercicios resueltos paso a paso

La serie Fourier consiste en una cantidad de términos interminables que consisten en funciones armónicas, sinusales y oblicuas, cuyo argumento es más múltiple de frecuencia fundamental. Las funciones sinusales y acogedoras se multiplican por relaciones de valor, por lo que la suma es idéntica a la función con un período T igual a dos veces un pi (2o), separado por una frecuencia angular fundamental. Aquí (en azul) se muestran los primeros seis armónicos distintos de cero de la serie Fourier, correspondientes a la señal cuadrada de forma de onda. En resumen estos armónicos conduce a una señal roja. Fuente: Wikimedia Commons. Cuando la frecuencia principal, que se refiere a la función f(t) del período T por relación: s 2o/T Porque es el período periódico T, la función f(t) cumple esta condición: f(t) s f(t q T) Donde K es más integrador, y las cuotas a0, a y bn se denominan coeficientes Furier. La importancia y el uso del título de la serie Fourier se debe a que su descubridor fue el matemático francés Joan Baptiste Joseph Fourier, quien los publicó entre 1807 y 1811, cuando estaba buscando maneras de resolver la ecuación de calor. Este descubrimiento fue fundamental para las matemáticas, porque si la ecuación diferencial tiene una cierta solución armónica, es posible llegar a una solución común superponiéndolas o resumiéndolas. Las relaciones de función periódicas de Fourier, también llamadas señal, son su espectro. Por lo tanto, el espectro es un conjunto de frecuencias que componen una señal caracterizada por la amplitud de cada frecuencia, que corresponde a los valores de las probabilidades de Fourier. Los sistemas de compresión de las señales o formas de onda de audio y vídeo en el fondo de lo que hacen es tener en cuenta las relaciones de memoria de Fourier, ya que el conocimiento de las mismas permite reconstruir la señal original, con una ventaja que ocupa un número mucho menor de bits que la señal digitalizada original. La serie de señales Fourier es similar a su huella digital, en el sentido de que sabiendo las probabilidades que la componen, siempre se puede saber a qué señal pertenecen. Aunque el uso de la serie Fourier, o su forma más general, la conversión de Fourier como método de compresión de señal se conoce desde hace bastante tiempo, su uso en la práctica tuvo que esperar a procesadores numéricos lo suficientemente rápido como para comprimir y descomprimir en tiempo real. Un ejemplo de la serie Fourier es el siguiente ejemplo de la función de f(t) y su serie Fourier. Función: f(t) s 0, si 0 ≤ t qlt; π y 1, si π ≤ t qlt; 2o Y tiene la serie correspondiente Fourier, siempre y cuando: f(t) s 1/2 - 2/π·Sen (t) - 2/(3)·Sen (3t) - 2/(5)·Sen (5t) - 2/(7) ·Sen (7) - .... La siguiente figura muestra la función y la suma parcial de la serie Fourier: Figura Se muestran los primeros 19 términos de suma de los cuatro correspondientes a la función de paso. Fuente: F. Sapata. La definición de las cuotas a continuación es cómo determinar las cuotas de Fourier: Supongamos que la función f(x) se define en un rango de usted a usted y T, donde el registro T superior será el período de función. Así que su serie Fourier es: f(t) ? a_{01}/ ....1.. we integrate both members of equality into the interval definition of function: ti , ti TK Therefore: ∫ f(t) dt s_{00} a_0/2 ∫dt a_1 ∫Cos (-t) dt a2 ∫Cos (2 x t) dt ∫...................... b_1 ∫Sen ('t) dt q b2 ∫Sen (2't) dt ∫ ... Aquí el símbolo ∫, determinado de usted a usted t. Una parte integral del primer semestre es t, que cuando se evalúa por sus resultados de límite superior: ti y T restando el límite inferior que da en el corto T. Todos los demás términos 0, porque es coseno o funciones sinusales se evalúan durante un período completo, como se muestra a continuación: ∫Cos (n't) dt' (1/ No) ∫Cos (n't) d(n't) Recuerde que el símbolo de ∫ significa integración entre usted a usted T. Para integrar términos que coseno o seno haremos los siguientes cambios variables: x c (t - tee) Para que el ∫ diferencial x, dx es igual a diferencial diferencial Por lo tanto, una parte integral a realizar: Por lo tanto, una cierta integral se evalúa en el período completo de todos los términos que contienen seno o coseno es 0 y sólo el término distinto de cero es el que contiene la relación a_0. De este modo, se concluye que dicho término a_0 se calcula de la siguiente manera: Cálculo de las cuotas y para calcular los coeficientes a, que multiplican las funciones del cosin, es necesario multiplicar ambos miembros de la igualdad: f(t) s_0 a_1 a_1 cos ('t) ....'b_1 Saint (-t) Por función cosine se evalúa en armónico apropiado, y luego va a la aplicación de la integral Por ejemplo, para calcular la mañana pasas a multiplicar ambos miembros de Cos (m't): f(t) Cos (m't) a_0/2 Cos (m't) a_1 Cos (TM t) Cos (m't) - a2 Cos (2't) Cos (m't)....'b_1 Sen (-t) Cos (m-t) - b2 Sen (2-t) Cos (m-t) Luego se integra en el período completo, es decir, a intervalos de usted a usted t. Una parte integral del término que contiene a_0 se redefine porque m es holístico y la función coseno se está integrando en el período completo. Las integrales que contienen el producto Cos (n't) Cos (m't) también se cancelan siempre que n≠m. Sólo si n'm tiene una integral: Esto concluye que: Calcular las probabilidades b Los coeficientes de b son un procedimiento similar, pero esta vez ambos miembros de la función se multiplican a igual a lo largo de la serie Fourier por función sen(m s t). Por las mismas razones, que ya se ha explicado para un caso en el que se ha multiplicado por coseno, el único término que no se sobreenfria después de la integración en el período completo, es uno en el que: n'm Y, donde aparece el Sen integral (m't)2, que se integra durante el período completo conduce a π. Por lo tanto, las relaciones de b se calculan por la siguiente fórmula Ejercicio: Ejercicio - Ejercicio 1 Hacer cálculos explícitos de la función F (t) si 0 ≤ t zlt; π y 1 si π ≤ solución t qlt; 2o Definimos primero el período T de esta función como 2o, por lo tanto la frecuencia principal es igual a uno, es decir, 1 función se define en el rango de 0, 2o, por lo que todas las integraciones se realizarán en este rango. El término independiente se calcula de la siguiente manera: los coeficientes que multiplican las funciones de cerdo se calculan de esta manera: como se puede ver, todas las cuotas en ellos no son válidas, lo que ocurrirá siempre y cuando la función f(t) sea impar. Del mismo modo, las relaciones B se calcularán de la siguiente manera: - Ejercicio 2 Buscar cuotas de función correspondientes a la Figura 1, que es: f(t) s -1, si 0≤ t qlt;T/2 y No.1, si T/2≤ t qlt;T - Decisión Cómo la característica toma valores entre -1 y No.1, podemos sentir que el término independiente es cero, sin embargo lo calculamos directamente: El hecho de que la función tiene simetría extraña, todos los coeficientes que multiplican los términos armónicos con funciones de coseno deben ser inválidos. Lo comprobamos a continuación: Por último, encontraremos proporciones b que se multiplican por términos armónicos que contienen la función de sinustina: Donde puede notar que todos los términos b con incluso una suscripción 0. Primeros términos impares: b1 -4/(π); b3o -4/(3o); b5o -4/(5o); b7th -4/ (7o) y b9o -4/ (9o) Links Amidror, I. 2013. Dominar la transformación discreta de cuatro en una, dos o más dimensiones: reventados y artefactos. Springer Science and Business Media. Briggs, W. 1995. DFT: La guía de los propietarios para la transformación discreta de Fourier. Siam. Chu, E. 2008. Transformaciones discretas y continuas de Fourier: análisis, aplicaciones y algoritmos rápidos. Prensa CRC. Goan Bi, Yonghong Tseng. 2012. Conversiones y algoritmos rápidos para analizar señales y presentaciones. Springer Science and Business Media. Sundararajan, D. 2003. Procesamiento de señales digitales: teoría y práctica. Científico Mundial. Wikipedia. La serie de Fourier. Restaurado de: es.wikipedia.com 1. 1 FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE. CALCULACION AVANZADA: SERIE DE FOURIER: Ejercicios resueltos y ofrecidos. Profesor Jorge Inostroza L. F (x) Sen (2) 1.- Encontrar un período x b s S . • : S á (2) (2S) ? •T á 2 S 2 S ( ) ( ) (2 2 S) (2S) ? ? T Sen u b a x b a x T Sen b a x Sen a S 2 2 S T b a good T (b a) . ( ) (3 S , 10 3 10 . 3 .- á, á f(x), á; f (D x) á . D: f (D x) f (D (x T)) f (Dx p)-DT p á T p. D f x á á t pE (a) T pE (a) E D á 1 . • E 2S á á á Sen T 2 b a'e. b-a. S S 2 2. 2 s Cos x l 2 S 2 S á . 3.- : ( ) 1 3 1 , 6S f x Sen x Sen x Sen5x 5 3 . Сен x , имеет период S 1 2k Sen3x 2 2k S 3 Sen5x 2 3k S 5, что делает 3 9 15 1 2 3 k и k каждый будет период 6S . И поэтому данной функции. 4.- Проверьте ортогональность базы: .1; Коскс; Сенкс;.......................... Coskx; Senkx............... S 1 $Coskx 3 Coskxdx 0 S S 3 1$ Senkx Senkxdx 0 S S 3 Cos nx $ Senmx Cosnx ? Senmxdx .... 0 S S 3 .... 0 Cos nx $Cosmx Cos nx Cosmxdx S S 3 .... 0 á nx $ Senmx á nx Senmxdx . S 5.- é: f (t) CosD t CosE t , p. 3. 1 , функция. 3 CosD t CosD (t p)'D p 2mS CosE t CosE (t p)'Ep 2nS . • m n D E . 6.- , é, f(t) Cos (10t) Cos (10 S)t , . Решение. •::::10'n) S N 10 'S'S' s, n 10 S ' s' s, n 10 S ' s ' s, • Entero . 7.- s. , á : f (t) 102Cos 2t , s . Решение.) 50(1 Cos2t) , Cos 2t á 2S f(t) 102 (1 Cos2t 2 8.- . Cos t á 6S 3 Cos t á 8S, 24S 4 9.- •: 0 0 x ® X x 2 0 / 2 S D X S f x 0 / 2 ( ) 4. 4 Решение. 1 S / 2 2 á 1 f (x)dx 0 x 3 á: 3 S S S S Dx.......... S . 4 .... 1 2 2 2 S 1 ( ) 1 / 2 0 S S Senk k f x Coskxdx Coskxdx k 3 3 s) 2 .... 1 b f x Senkxdx Senkxdx k 3 3 3 (1 2 2 S 1) 1 / 2 0 S S S Cosk ® k . . . . 2 1 ..... k

2,6,10,14... 0 .... 4.8,12,16 -1-k-10.- Fourier- ® ' ... . 0 d d d S S x x f x .... 0 () Решение. No va a ser suficiente. Coskx 'f 1 0 2 S ' 2 xdx k', '3 S 0' '0' ® S 3 k 2 .... k k de Cosk k 0......... 2 .... 1 (1) 2 S 0 2 S Cos k x 2 (2 1) S F - .f 2 1 k (2 1)2 11.- 'f(x) s Cos (D x), S d x dS ;D константа, которая не является целым. • a Fourier. ....) 2 (1 2 2 2 2 2 2 1 2 1 1 1 1 D D D D S Sen D SS 5. 5 - 1 2 0 - 3Cos xdx Sen Sen Sen Sen Sen • , •0 k b - DS DS DS S S S S S S S 1 Cos (k)x Cos (k)x dx á 2 3 Cos D x Cos kxdx x 3 6. k S 0 S D S 0 11 S 1 () 1 ( )© 1 ( ) ( ) 71 s© Sen D k k k K D S D D D S S 0 1 7. á-a k D' © DS S a DS S DS S S S ' 11 k Sen S D 1 DS con 1 1© a 2 D 1 8. k D S k 2 2 á: DS Coskx D ; si x x x 0'© 1 2 (1) Cos x Sen Sen D DS 2 (1) DS ' f ( ) ( ) 2 2 2 k 2 D a D S D S D DS ? 2 1 (1) 2 2 k 2 s (s© 2 k D D D D D D D . 12.- á á Fourier Serial á 0® X x f x 0 ( ) • , .f 1 8 k 1 2 2 (2 1) S . Решение. Рис. 9. 6 a Coskx b Senkx: .f 1 0 2 k; : S S S s 0 a 0 1 3 x dx 3 0 2 S S a 1 xCoskxdx k 0.... . . . . ® . . . . 2 2 S S S 0 1 1 (1)k 1 3 b xSenkxdx . k k f 2 Cos (2 k 1) x s 4 (2 1)2 ( ) k K K 2 (1 k 1) x s 4 (2 1)2 ( ) k K 2 (1) S - Senkx k . x x x 0 á , á , á , á , s , s con 2 1 f 1 (2 1)2 0 S a S . 1 (2 1) 8 1 2 'f'k S'x S á, ... S. 2 . •13.- á f x®. Рис. (S /2.3S/2), á , •b-a) a 2S, a 2S, a. 10, 2015, in New 7 a Coskx b Senkx k s 2 § 0 1 ( ) S 3 3 and xdx x dx = 0 0 , siendo 11 11 1© / 2 / 2 3 / 2 / 2 S S S S / 2 3 3 3 and xCoskxdx Coskxdx xCoskxdx) = 0 k / 2 3 / 2 / 2 3 / 2 / 2 1 (S S S S S S / 2 3 3 3 3 b xSenkxdx Senkxdx xSenkxdx) = k / 3 2 3 / 2 / 2 3 / 2 / 2 1 (S S S S S S S = 0.............®... S 2® k á k á k á k á k á k á k á 1 k á k k (1) .... 2 0 . . . . (2 1) (1) 4 3 (1) (2 1) 2 á kx k Sen k x k k k s. s.a./ s/s/2 á, ... 14.- 4o Fourier á é Cosses á é Cosses á 2 . . . . 0 1 ® d d d 3/ 2............1 2 (a s. s. 2 é: .a Cos k b Senk x á 0, k ki S 2 11. 8 2 á 3 3 3 0 f (x)dx (1/ 2 x)dx (x 3/ 2)dx 0 0 0 1 2 1 3 y (1/ 2 x)Cosk x (dx 3/ 2)Cos k x dx a dx a S............ 0 2 1 0........... - K ® a par 4 .... 2S 2 1 3 3 b (1/ 2 x)Dream k x dx (x 3/ 2)Dream k x dx to S .... 0 2 1 0........... ® k á 3 S S F: s.o. Cos k x S 4 (2 1) 2 2 k 3 (2 1) (2 1) (2 1) Dream k k S b) : 0o Cos k S x k k 2 - (b-a) - '4 2 ' 2 2 1 f x Cuerpo k xxx k ' 2 1 f x dx 0 y 3 3 ( ) 0 0 2 ( ) 0 2 2 S2 S S S S a3 1 Cuerpo k x d x 3 xCos k x dx 3 xCos k xdx k 3 Cuerpo k xdx 1 2 2 2 2 1 1 0 1 3 0 2 ....

2,6,10..........(4 2) 12. . 2, k k S Cos (4 k 2) x 2 16: 2 (4 k 2)2 S . () 15.- Senx a. 'S F. 'S' ' ' ' ' ' ' ' ' ' Рис. 13. 9 Солусьон. SenxCosS CosxSenS Senx Senx , Senx , S , S . . . . Senx Senx por. a c) S F. ser: K-x 0; eles el intervalo es S, donde k 2 2 / 2 S 2 2 1 /2 1 2 2 2 S Senx Cos kxdx k k quedando . Xdx 0 3 S 0 0 0 (4 1). kCos kx 2 2 (4 1) 1 2 k S S . Pedida. 16.- 'funci'n 'f(x) seccionalmente', 'y per'odo 4l e impar respecto a la recta x l . Определите, что су Серия де Фурье пара f(x) эсте дада пор: x Cos n n 2 (2 1) S F 2 ((2 1)S Con x l 1 2 1 2 2 л f x Cos n l l 3 0 рис. Они решают. 0 n b 0 () 1 ( ) 1 . Ho l f x dx l f x dx l f x dx l a 2 2 2 l f x dx f x dx 2 ( ) ( ) ( ) 3 0 0 л f x dx 2 ( ) l f x dx f x dx 3 3 ( ) ( ) 0 14. 10 No 3/41/2 1 (S S S 3 3 3 x-® l x f x x l f x x l l l x x x l l l l l n 2 0 2) 2 2 0 1 ( ) 2 Si x 2l u . 3 3 S n a ( )() 2 ( ) 2 1 ( ) 0 0 u du l x f u Cos n l f x Cos n l'® '3/41/2 3 '3/41/2® 0 0 (2)() 2 (2) 2 1 ( ) l l l l x l x l x l x x x Cuerpo n f x Cuerpo n l a S S; f (2l x) f (x) '3/41/2 S S 3 x dx '3/41/2®® n l x Sen n l l dx f x Cos n l x Cos n l 2 n l 2 2 2 2 ( ) 2 1 ( ) 0 1 (f x Body n l 0 3a l® 2 1 S 3 dx f x Cuerpo n n 2 (1) 0 '3/41 '2 n a '® 3l dx si n impar l f f f Cos n 2 ( ) l si n por 0 2 0 2 ( ) (2 1)S? dx 2 1 2 x Cos n l 3 0 a Coskx b Senkx 17.- Mar f 0 ( ) 2 1k , Fourier Series of f(x). 'g(x) f (x S) , k 0 'Coskx b Senkx', 'g', 'g', 'g', 'g'(x) () ( ) 2 k ' Que el gr'fico de g(x) get desplazando el de f(x) a la derecha en S,entonces: A Si A Coskx B Senkx ( ) 0 donde 0 donde 0x 2S pues S x S g x k 2 15. 11 2 S 0 A 1 g (x)dx 1 f (x)dx , si hacemos u' x S s u S S, luego 3 3 S 0 2 0 S 0 S 0 S 0 A 1 f (u)du a 3 S A 1 g (x)Coskxdx 1 f (x S)Coskx k dx 2 0 S A f u Cos u du k ( ) (1 3 S S 1 ( ) (a 3 f u cos SenuSen ' du k S S S A f u Cos du du du du 1) (q 3 S S 1 3 (1)k f (u)Cos (u)du (1)du (1)du (1)du Igualmente - K B . 18.- T R y f (x) -- (tSenx). Escriba los coeficientes la serie Fourier si x0,S q) Probar que para ( ) 0 a t se tiene: '0 0 0 ta a ta . Они решают. f (x) por sii f (x) f (x) xS; S f (x) ' (tSen(x) 'tSen(x)' - (tSenx) luego por. f (x) f (x S)? f (x S) ' (tSen (x S)) ' (tenx)) ' 's'- (tSenx) f (x) 3 S 0 S 0 '2' (tSenx) f (x). (x). k S b Cos tSenx k 3 ( ) 2 0 Sen2kxdx. 16. S S 12 S S S 0 0 0 0 á (a) 2 Cos (tSenx)dx a' (t) 2 (Sen (tSenx)) Senxdx c) Si 3 s 0 0 0 a'' (t) 2 Cos (tSenx) Sen xdx. 3 x 2 á: ta'' a' ta 2 ' tCos (tSenx) Sen2 x Sen (tSenx) Senx tCos (tSenx) 'dx 0 0' 3S 0 S . •:::tSenx (tSenx) á (tSenx) ' tCosxdx dv Senxdx ' V Cosx á: 3 ( ) ? ( ) 3 ( ) tSenx Senxdx á tSenx Cosx tSenx tSenx tSenx CosS Cos 2 xdx tCos tSenx Cos 2 xdx tSenx Cos 2 xdx tSenx Cos 2 xdx 0 0. 19.- f (x) ex 0 d x d 2 . Получить Fourier серии g(x) , период пара функция 8 такова, что g(x) x f (x) на 0 d x d 2. Решение. Рис. •g(x) á(x) á é f(x) á é.a. . . . . á s a 0 d x d 4 e x 0 2 2 2 4® d d () x f x x x e e(x) á-a(x) e, •: Cos k x b Sen k x a) 0 S S ; g x k 2 4 4 17. 13 4 a 1 f (x) dx 1 exdx 1 e á 3 3 3 0 2 0 2 0 (1) 2 2 2 (1) 1 2 2 e Cos k xdx e k ® - . 8 1 3 k нечетные k par k k x k 4 (1) 16 2 4 2 2 1 0 S S S S 20.- Тест Соотношение Parseval: 2 1 ( ) 2 2 ( ) 2 0 2 k p f x dx a b p 3 . Решение. x b Sen k p Si f (x) SC p; p@ y x s p f x a Cos k k k S S ( ) 0 2 x f b Sen k p p p ( ) ( ) 2 ( ) 0 x f (1) ( ) ( ) 2 $ k $ $ f f f x f x f x dx a f a Cos k k p S s 3 s s 3 x p 0 1 f f (x)dx pa f Sen k p S $ k k x pb p $ $ 3/41/2 ( ) k s- s ® 3 x 2 2 2 0 2 p p f x dx p a b 21.- Find the Fourier Series of sewn-only for the function: f(x) x at 0.2o and by parseval ratio, prove that : .f 1 96 k 1 4 2 (2 1) S . Решение. á f(x) a 2;2 x 18. 14 2 á x 0 á 3 0 x dx 2 ''® 1 3 k'k'x'x'xdx k 2 2 2 2 0 8 0 2 S P 16 2 2 1 ( ) 8 á Parvalse: 3 3 3 ? p f x dx p x dx 3 3 2 2 2 á 1 64 4 x 4 2 k k 4 4 4 2 2 0 (2 1) (2 1) 96 2 a k S 22.- k a y b á f(x) . •: b lim lim 0 kof k kof k Solución. 1 2 ( ) 0 2 2 , • существо: 3 s p k k f x dx a b p ( ) 2 общий á s á s á s k k f, .o. lim (a 2 b 2) 0o s s b o0. kof k k k k . 1.- Escribir la serie Fourier de funciones: a) f (x) e x S d x dS b) f (x) SenSx 0 x 1 c) á® x S x x x d s s f x 0 0 (Extensión periódica del gráfico d) f (x) ex -1 x x 1 e) 0 0 x á ® S x x / 2 0 / 2 S S x S s f x 0 / 2 ( ) f) 0 0 ( ) Graficar su extensión periódica y evaluar a x s 0 s® S x x x f x 0 19. 15 2.- f(x) 1 d x d d 1, á , Fourier , • :f 1 k (2 1)2 1 3.- á é Fourier á f(x) x 4 d x d 4 предыдущему, •a. . . . . 4.- á s Sen x á á á x x 0. 5.- á , Fourier f(x) x2 0 d x d 2S , 2 1 16 k S 6.®- s s 1. 2 1 2 1 0 ( ) á, a) x kS b) x s 2 (2 1) S k , k ? 20. 16O: FOURIER INTEGRAL. Упражнения решены и предложены. 1.- Fourier неотъемлемой á: 0 0 0 á ® 1 / 2 0 ! 0 ( ) e x f x. f f f f (x) 1 A(w)Coswx B(w)Senwx dw Si la integral converge, escribimos: 3 ' 0 S donde : f 3 3 A(w) f (v)Cos(wv)dv B(w) f (v)Sen(wv)dv f f f f a w e Cos wv dv e Coswv wSenwv ( ) ( ) ( ) 2 3 1 0 0 f v 1 w s 1 2 2 f B w e Sen wv dv e Senwv wCoswv ( ) ( ) 0 1 2 0 w w v v v v f 3 Then: f f f x Coswx wSenwx ( ) 1 dw 3 0 1 w 2 S f 1 w 3 S Si x x 0 x dw 0 1 2 2.- Demostrar que : 1/ 2 0 1 x ® d x 1/ 4 1 ! f Coser 3 0 1 1 0 x x Coswxdw w S Solución. Á á B (w) 0 , á á 1/ 2 0 1 á ® d x !/ 4 1 0 ! 1 ( ) á á á á á f á coser W Coswvdv Coser ( ) 2 1 / 2 ( ) 1 Coswxdw a 3 0 0 W W S 21. 17 3.- á, senx 1 / 2 S® ! f Sen w 3 S Senwxdw w S x 0 1 1 0 2 . Решение. B W Sen w' , A (W) 0 y ( ) 1 W 2 S , á s a á s (W) 0 y ( ) 1 W 2 S , a s® Senx , S s d d ! S f (x) i 0 f S Así que 3 3 A(w) 0 á B (w) f (v)Senwvdv 1/ 2SenvSenwvvdv s S B(w) SenvSenwvdv 1 Cos w v Cos w v dv 3 3 22. 0 0 (1) (1) 2 ¿3/41® (1) 1 ( ) 1 0 (1) 1 1 1 2 S Sen w v w Sen w v w w w Sen w Sen w Senw (1) (1) (1) (1) (2 1 2 ( ) 1 2(1) w w B w S S S f f x Senw i ( ) 1 Senwxdw Así 3 0 S 1 w 2 S y corresponde con f(x) si x(0,S) f 1 A(w)Coswxdx S 4.- mediante una integral de Fourier del tipo 3 3 a la función: á ® x x 0 1 x 2 1 2 0 2 ! () x f x á . Запрос заключается в том, чтобы представлять собой овеную функцию, поэтому мы делаем соответствующее расширение данной функции. A(w) 2 f (v)Cos (wv)dv 2 vCos (wv)dv (2 v)Cos (wv)dv . 3/41/2 f 1 3 3 3® 0 2 0 1 23. 18 W Cosw Cos w, : 3/41/2 ( ) 2 2 2 1® 2 w Coswxdw f x 3 Cosw Cosw Cos w ( ) 2 2 2 2 2 1 w f 3/41/2® 20 2 S f (x) 1 A(w)Coswxdw 5.- á f(x) á s 3 0 S . • f f x A w wx wd dw, a w d A w w que: 3 0 2 2 2 () 1 ( ) ( ) ( ) . f x2 f (x) 1 á (w)Cos (wx)dw a 3 0 S, á f f f (x) 1 Cos (wx)dw a (w) 2 f (v)Cos (wv)dv 3 3 00 S á F F DA , á á vf V á WV DV d A 3 3 0 2 2 2 2 ( )))) 2 v f (v)Cos (wv)dv DW F A '(w) 3 ' W D A W . 2 v2 f (v)Cos (wv)dv 2 0 2 ( ) ( ) DW á: á: á: á: á: á: á® x x a ! •f x 0 0 ( ) 2 á á 1 0 ( ) , ® á ! x f x 0 A(w) 2Senwa w f (x) 1 B(w)Sen (wx)dw 6.- s 3 0 S . • неотъемлемой á g(x) f (x)Senx. Решение. 24. 19 f l 1 A(w)Cos (wx)dw g S As f(x) g(x) a, a: 3 0, a f (v)SenvCos (wv)dv 3 ' A(w) 2 3 g(v)Cos (wv)dv 3 0 f 0 f (v) Sen (1 w)v Sen(1 w)v f a(w) 3 (v) á (1 w)vdv 3 f (v)Sen(1 w)vdv 1 x B (w 1) B (w 1) ' . 2 0 0 á, b (w). f 7.- f(x) á é: f (x) 1 3 A(w)Cos (wx dw). 0 S á f xf (x) 1 dA () WX DW DW a 0 3 s 1© . f f xf (x) 1 B (w)Sen (wx)dw a 3 0 S f, á 3 B (w) 2 vf (v)Sen (wv)dv . •, 0 f dA 2 3 vf (v)(Senwvdv a 3 0 DW f A(w) 2 f (v)Cos (wv)dv s B (w) 0 dA . dw f (x) 1 A (w)Cos (wx) B(w)Sen (wx)dw 8.- • 3 0 S. s. s. s. s. s. s. s. . . . . 3 f 2 x dx 3 A2 w B2 w dw 0 f S Solución. f f f (x)dx 1 A(w)'Cos (wx) $ f ' B(w)'Sen (wx) $ f 'dw 3 2 3 3 0 f F F F f 1' A (w) B2 (w) 'dw 2 3 S 0 . 9.- é, 2 (. AW S 3 DW W F F 2 26. 20 . . . . A 2 w 4 S ( ) Sen 2 (wa) 2 w Por otro lado: 3 3 f 2 (x)dx S 2dx 2aS 2 a 2 2o 3 A DW 3 Sen wa 2 2 1 2 ( ) 1 4 ( ) : DW 2 ( ) s 3 S 3 Sen S ? DW f f f 0 0 2 S S S w 0 2 2 á DW 2 (S a 3 Sen wa 2 w f S x 2 Sen(w) Cos (w) (0 3 10. - . • : S 3/41/2® f Sen wx dw x w 0 2 á®. S S x x x f x 0 (f (x) 1 B(w)Sen (wx)dw 3? 0 S, где ( ) 2 ( ) 2 ( ) 2 ( ) 2 B W 3vSen wv dv 0 S Sen w w Cos w f? f f (x) x 2 Sen (w) ( ) ( ) Sen wx dw Cos w 3 2 w 0 3/41/2 '® S S 11.- Используйте функцию: f (x) x x т 0 , чтобы сделать вывод, что f f w ( ) Сен WX DW Cos (wx) DW 2 W W 3 2 2 3 w (1) 1 (1) 0 2 2 0 . Также используйте это равенство и конвергенцию, чтобы сделать вывод, что: f f dw .- 3 3 w dw 0 0 2 2 2 (1 w 2)2 (1 w) 27. 21 Решение. f f (x) 1 A(w)Cos (wx)dw p S) Учитывая равномерное расширение данной функции : 3 0 f f a w v Cos wv dv vCos vv dv vv vv vv v ' 2 ( ) (2 (... .... (1) : 3 3 p s 0 0 2 2 2 w (1) 2 f f x w p ( ) Cos wx dw ( ) 1 (1) w (1) 0 2 2 3 S . f f f f (x) 1 B (w)Sen (wx)dw i S b) á . 3 0 f B (w) 2 ve vSen (wv) dv .... 2 w á s a 3 a 3 0 (1 w 2)2 f x w i S (1 2 Sen w x DW 2 2 (w (1) á á á x0 á. f cos wx dw w w (1) Sen wx dw 2 ( ) 2 3 3 2 2 2 2 2 ((1) (1) w w w w 1 (1) DW En a), x x x 3 dw 3 3 S s 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 w (1) f f w w? 0 0 2 2 2 (1 w 2)2 (1 w) 28. 22 . A w B w w ( ) 0 ( ) 4 1.- á: f (x) xe x. . • S (1 W 2)2 2.- 1 x 1) ® , á, 0 ! 1 ( ) x B W W Senw W S ( ) 0 ( ) 2 f и что 3 0 Senw S 2 Cos(wx)dw W сходится до 1/2, если x с 1 или x -1. 3.- • Integral de Fourier. a) (® ( ) б) ! S S x x x x f x 0 ' á '® k x 0 ! 10 10 () x á á) 1/ 2 5 1 ' ® d 1 1 5 0 5 d d ! (x x x f x d) f x xe x ( ) 4.- á соответствующего á Integral Fourier de Senos y de Cosenos x x 0 10 f x b) 0 10 ® d! () 2 x Cosh x x ( ) 0 5®! d 0 5 () x f x 5.- f (x) ekx; ¡X! 0 , Найти груди и кунжута интегралы. 6.-Si f(x) exCosx x t '0', 's' Уют. serie de fourier ejercicios resueltos paso a paso pdf